

Т. Е. АЛЕКСАНДРОВА, И. В. КОСТЯНИК**К ЗАДАЧЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА СТАБИЛИЗАТОРА НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА**

Рассматривается задача выбора численных значений варьируемых параметров стабилизатора объекта, возмущенное движение которого описывается системой дифференциальных уравнений с изменением во времени значениями коэффициентов. Используемый в настоящее время метод «замороженных коэффициентов» для решения задач параметрического синтеза аналоговых и цифровых регуляторов нестационарных динамических объектов, во-первых, не имеет строгого математического обоснования и, во-вторых, не в состоянии обеспечить непрерывно возрастающих требований к точности регуляторов. Изложенный в настоящей статье метод параметрического синтеза регуляторов нестационарных объектов основан на отыскании значений варьируемых параметров регулятора, доставляющих минимум интегральному квадратичному функционалу, вычисляемому на решениях математической модели замкнутой системы управления. При этом алгоритм параметрического синтеза включает целенаправленный выбор весовых коэффициентов функционала, а поиск минимума функционала осуществляется с помощью программного продукта Optimization Toolbox в среде MATLAB или продукта Minimize в среде MATHCAD. Предлагаемый метод целесообразно использовать при разработке аналоговых и цифровых стабилизаторов подвижных динамических объектов военного назначения: межконтинентальных баллистических ракет и ракет-носителей космических аппаратов, самолетов, основного вооружения танков, корабельных орудий главного калибра.

Ключевые слова: нестационарный объект, стабилизатор, параметрический синтез, интегральный квадратичный функционал, весовые коэффициенты, минимизация функций.

Т. Є. АЛЕКСАНДРОВА, І. В. КОСТЯНИК**ДО ЗАДАЧІ ПАРАМЕТРИЧНОГО СИНТЕЗУ СТАБІЛІЗАТОРА НЕСТАЦІОНАРНОГО ОБ'ЄКТА**

Розглядається задача вибору чисельних значень варіюваних параметрів стабілізатора об'єкта, збурений рух якого описується системою диференціальних рівнянь зі зміною в часі значеннями коефіцієнтів. Метод «заморожених коефіцієнтів», що використовується в даний час для вирішення задач параметричного синтезу аналогових і цифрових регуляторів нестационарних динамічних об'єктів, по-перше, не має строгого математичного обґрунтування і, по-друге, не в змозі забезпечити безперервно зростаючих вимог до точності регуляторів. Викладений в цій статті метод параметричного синтезу регуляторів нестационарних об'єктів заснований на знаходженні значень варіюваних параметрів регулятора, що доставляють мінімум інтегрального квадратичного функціоналу, який обчислюється на рішеннях математичної моделі замкнутої системи управління. При цьому алгоритм параметричного синтезу включає цілеспрямований вибір вагових коефіцієнтів функціонала, а пошук мінімуму функціоналу здійснюється за допомогою програмного продукту Optimization Toolbox в середовищі MATLAB або продукту Minimize в середовищі MATHCAD. Пропонований метод доцільно використовувати при розробці аналогових і цифрових стабілізаторів рухомих динамічних об'єктів військового призначення: міжконтинентальних балістичних ракет і ракет-носіїв космічних апаратів, літаків, основного озброєння танків, корабельних гармат головного калібру.

Ключові слова: нестационарний об'єкт, стабілізатор, параметричний синтез, інтегральний квадратичний функціонал, вагові коефіцієнти, мінімізація функцій.

T. YE. ALEKSANDROVA, I. V. KOSTIANYK**TO THE PROBLEM OF THE PARAMETRIC SYNTHESIS OF THE NON-STATIONARY OBJECT STABILIZER**

The problem of choice of numerical values of variable parameters of an object stabilizer is considered, whose perturbed motion is described by a system of differential equations with a change in the time values of the coefficients. The currently used method of "frozen coefficients" for solving tasks of parametric synthesis of analog and digital regulators of non-stationary dynamic objects, firstly, has no rigorous mathematical justification and, secondly, is unable to provide continuously increasing requirements to the accuracy of regulators. The method of parametric synthesis of regulators of non-stationary objects set out in this article is based on finding the values of the variable parameters of the regulator delivering a minimum to the integral quadratic functional calculated on the solutions of the mathematical model of a closed control system. In this case, the parametric synthesis algorithm includes a targeted choice of the functional weighting coefficients, and the minimum of the functional is searched for using the Optimization Toolbox software in the MATLAB or the Minimize software in the MATHCAD. The proposed method is advisable to use in the development of analog and digital stabilizers of mobile military-purpose dynamic objects: intercontinental ballistic missiles and spacecraft launch vehicles, aircraft, main armament of tanks, and ship guns of the main caliber.

Keywords: non-stationary object, stabilizer, parametric synthesis, integral quadratic functional, weighting coefficients, minimization of functions.

Постановка задачи

Динамическая система, у которой массовые, инерционные и геометрические характеристики изменяются во времени, называется нестационарной. К нестационарным стабилизируемым объектам относятся такие объекты, прежде всего военного назначения, как межконтинентальные баллистические ракеты (МБР), крылатые ракеты (КР), космические аппараты (КА) с изменяемыми орбитами, истребители, штурмовики, бомбардировщики и, вообще,

любые объекты, перемещение которых связано с большими затратами горючего и окислителя, составляющих значительную часть (от 30 % до 80 %) массы объекта. Перечисленные объекты обычно требуют использования высокоточных стабилизаторов, обеспечивающих высокую вероятность выполнения боевой задачи. Параметрический синтез стабилизаторов нестационарных объектов, как правило, использует метод замороженных коэффициентов [1,2], не имеющий строгого математического обоснования.

Суть этого метода состоит в следующем. Пусть возмущенное движение стабилизируемого объекта описывается векторно-матричным дифференциальным уравнением

$$\dot{X}(t) = \Phi[X(t), U(t), t] + C \cdot F(t), \quad (1)$$

где $X(t)$ – n -мерный вектор состояния объекта; $U(t)$ – m -мерный вектор управления; $F(t)$ – r -мерный вектор внешних возмущений. При использовании метода замороженных коэффициентов предполагают:

- управляющие воздействия значительно превышают внешние возмущения, действующие на объект;
- устойчивость замкнутой системы стабилизации «замороженного» объекта, в любой фиксированный момент времени $t_k \in [0, T]$ описываемого уравнением

$$\dot{X}(t) = \Phi[X(t), U(t), t_k], \quad (2)$$

гарантирует устойчивость замкнутой системы с нестационарным объектом (1).

Процесс параметрического синтеза стабилизатора с использованием метода «замороженных» коэффициентов включает следующие этапы:

1. Временной интервал движения объекта разбивается на несколько участков точками $t_k, (k = \overline{1, s})$ $[0, T] = [0, t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, T]$.

2. В каждой точке $t_k, (k = \overline{1, s})$ значения переменных параметров объекта «замораживаются», а управляющее воздействие представляется в виде

$$U(t) = K(t_k)X(t), \quad (3)$$

где $K(t_k)$ – матрица переменных коэффициентов стабилизатора размерностью $(m \times n)$.

3. В каждой точке $t_k, (k = \overline{1, s})$ значения элементов матрицы $K(t_k)$ выбираются из условия устойчивости замкнутой системы (2), (3).

4. Каждый из элементов матрицы $K(t_k), (k = \overline{1, s})$ на интервале $[0, T]$ аппроксимируется непрерывными функциями времени, составляющими матрицу $K(t)$, а алгоритм стабилизации объекта (1) реализуется в виде

$$U(t) = K(t)X(t). \quad (4)$$

Четыре перечисленных этапа, обычно реализуемые в решениях практических задач параметрического синтеза стабилизаторов нестационарных объектов, приводят к созданию достаточно эффективных стабилизаторов [1,2,3], однако все возрастающие требования к точности стабилизаторов совре-

менных нестационарных объектов военного назначения заставляют перейти к поиску новых, более эффективных методов синтеза, основанных на результатах современной теории управления и использовании программных продуктов MATLAB и MATHCAD.

Целью настоящей работы является разработка метода параметрического синтеза стабилизатора нестационарного объекта, обеспечивающего высокую точность процессов стабилизации.

Описание алгоритма параметрического синтеза

Качество процессов стабилизации будем оценивать интегральным квадратичным функционалом [4]

$$I[K(t)] = \int_0^T \langle X(t), PX(t) \rangle dt, \quad (5)$$

вычисляемом на стабилизируемых движениях замкнутой системы (1), (4), при максимально возможных значениях внешних возмущений, действующих на объект стабилизации. Это означает, что компоненты вектор-функции

$$F(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_r(t)]^T$$

являются огибающими случайных функций $F_1(t), F_2(t), \dots, F_r(t)$. Таким образом, функционал (5) вычисляется в условиях наихудшего влияния природы на объект [5]. Задача параметрического синтеза стабилизатора состоит в отыскании элементов $k^{ij}(t)$ матрицы $K(t)$, таких, при которых функционал (5) достигает минимума.

Матрица P является симметрической и диагональной

$$P = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \end{bmatrix}.$$

Тогда функционал (5) может быть записан в следующем виде

$$\begin{aligned} I[K(t)] &= \int_0^T [\alpha_1^2 x_1^2(t) + \alpha_2^2 x_2^2(t) + \dots + \alpha_n^2 x_n^2(t)] dt = \\ &= \alpha_1^2 \int_0^T x_1^2(t) dt + \alpha_2^2 \int_0^T x_2^2(t) dt + \dots + \alpha_n^2 \int_0^T x_n^2(t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} I_1[K(t)] &= \int_0^T x_1^2(t) dt; \\ I_2[K(t)] &= \int_0^T x_2^2(t) dt; \\ &\dots\dots\dots; \\ I_n[K(t)] &= \int_0^T x_n^2(t) dt. \end{aligned} \quad (7)$$

В результате имеем

$$I[K(t)] = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 I_i[K(t)]. \quad (8)$$

Функционалы (7) назовем частными, а функционал (8) – аддитивным. Таким образом, аддитивный функционал (8) представляет собой взвешенную сумму частных функционалов (7).

Методика выбора весовых коэффициентов аддитивного функционала (8) приведена в работе [6]. В соответствии с этой методикой значения α_i , ($i = \overline{1, n}$) вычисляются с использованием формул

$$\alpha_i = \frac{x_{i\max}}{I_i^* \sum_{j=1}^n \frac{x_{j\max}^2}{I_j^*}}, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (9)$$

где $I_i^*, (i = \overline{1, n})$ – минимальные значения частных функционалов, полученные при последовательном решении задач параметрического синтеза для каждого из частных функционалов (7); $x_{i\max}, (i = \overline{1, n})$ – максимально возможные значения переменных состояния $x_i(t)$ в стабилизированном процессе.

Анализ формул (9) приводит к выводу о том, что для решения задачи параметрического синтеза необходимо последовательно отыскивать минимумы частных функционалов (7) и лишь затем переходить к поиску минимума аддитивного функционала (8).

Введем обозначения

$$\gamma_i[K(t), t] = \int_0^t x_i^2(t) dt, \quad (i = \overline{1, n}); \quad (10)$$

$$\gamma[K(t), t] = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \int_0^t x_i^2(t) dt. \quad (11)$$

Тогда алгоритм решения задачи параметрического синтеза стабилизатора нестационарного объекта (1) состоит в следующем:

- решается последовательность n задач минимизации частных функционалов (7), для чего к математической модели замкнутой системы (1), (4) добавляется еще одно из дифференциальных уравнений

$$\dot{\gamma}_i[K(t), t] = x_i^2(t), \quad (i = \overline{1, n}); \quad (12)$$

В результате решения последовательности задач получаем

$$I_i^* = \min_{K(t) \in G_k} \gamma_i[K(t), T]; \quad (13)$$

- используя соотношения (9), отыскиваем значения весовых коэффициентов α_i аддитивного функционала (8) и формируем этот функционал;

- решаем задачу минимизации аддитивного функционала (8), для чего к математической модели замкнутой системы (1), (4) добавляем дифференциальное уравнение

$$\dot{\gamma}[K(t), t] = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 x_i^2(t), \quad (14)$$

в результате решения которого получаем

$$I[K(t)] = \gamma[K(t), T], \quad (15)$$

или

$$I^* = \min_{K(t) \in G_k} \gamma[K(t), T]. \quad (16)$$

В соотношениях (13) и (16) через G_k обозначена область допустимых значений элементов матрицы $K(t)$, в качестве которой целесообразно использовать область устойчивости замкнутой системы (1), (4) в пространстве варьируемых параметров стабилизатора.

Могут иметь место два возможных случая. Если степень нестационарности объекта стабилизации невысока, что соответствует незначительному изменению значений коэффициентов математической модели (1) в процессе его движения (не более 20 % от начальных значений), то на интервале $[0, T]$ значения элементов матрицы K можно считать постоянными $K(t) = K_0$. В этом случае

$$I_i^* = \min_{K_0 \in G_t} \gamma_i[K_0, T]; \quad (17)$$

$$I^* = \min_{K_0 \in G_L} \gamma[K_0, T]. \quad (18)$$

Если степень нестационарности объекта стабилизации высока, (изменение значений коэффициентов математической модели превышает 30 %), то на интервале $[0, T]$ матрицу K целесообразно представить в виде временного матричного ряда

$$K(t) = K_0 + K_1 t + K_2 t^2. \quad (19)$$

Каждый элемент матрицы (19) представляется в виде квадратного многочлена

$$k^{ij}(t) = k_0^{ij} + k_1^{ij}t + k_2^{ij}t^2. \quad (20)$$

Минимумы частных функционалов (7) и аддитивного функционала (6) отыскиваются на множестве G_k возможных значений коэффициентов полиномов (20) с использованием программных продуктов Optimization Toolbox в среде MATLAB или Minimize в среде MATHCAD [7].

Выводы

Метод «замороженных» коэффициентов, используемый при решении задач параметрического синтеза стабилизаторов нестационарных объектов, не имеет строгого математического обоснования и, как следствие, не в состоянии удовлетворить современных требований к точности стабилизации нестационарных динамических объектов.

Рассматриваемый в данной работе алгоритмический метод параметрического синтеза стабилизатора нестационарного объекта основан на прямом вычислении функционала качества и его последующей минимизации и гарантирует высокое качество стабилизируемого процесса.

Список литературы

1. Игдалов И. М. Ракета как объект управления / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
2. Игдалов И. М. Динамическое проектирование ракет / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Днепропетровск: ДНУ, 2010. – 264 с.
3. Александров Е. Е. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Том 2. Автоматичне керування рухом літальних апаратів / Е. Е. Александров, Е. П. Козлов, Б. І. Кузнєцов. – Харків: НТУ «ХПІ», 2006. – 528 с.
4. Александров Е. Е. Математическое моделирование, системный анализ и синтез динамических систем / Е. Е. Александров, Т. Е. Александрова. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2014. – 200 с.
5. Кунцевич В. М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В. М. Кунцевич. – К: Наукова думка, 2006. – 264 с.
6. Александров Е. Е. Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза систем стабилизации / Е. Е. Александров, Т. Е. Александрова // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2004. – № 2. – С. 23–26.
7. Alexandrov Ye. Ye. Parametric Synthesis of Digital Stabilization System of Tank Gun / Ye. Ye. Alexandrov, T. Ye. Alexandrova // Journal of Automation and Information Sciences. – 2015. – № 41(11). – Pp. 1–17.

References (transliterated)

1. Igdalov I. M. Raketa kak ob'ekt upravleniya / I. M. Igdalov, L. D. Kuchma, N. V. Polyakov, Yu. D. Sheptun. – Dnepropetrovsk: ART-PRESS, 2004. – 544 P.
2. Igdalov I. M. Dinamicheskoe proektirovanie raket / I. M. Igdalov, L. D. Kuchma, N. V. Polyakov, Yu. D. Sheptun. – Dnepropetrovsk: DNU, 2010. – 264 P.
3. Aleksandrov Ye. Ye. Avtomatychne keruvannya ruhomymy obyektamy i tehnologichnymy procesamy. Tom 2. Avtomatychne keruvannya ruhom litalnyh aparativ / Ye. Ye. Aleksandrov, E. P. Kozlov, B. I. Kuznyeczov. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2006. – 528 P.
4. Aleksandrov E. E. Matematicheskoe modelirovanie, sistemnyi analiz i sintez dinamicheskikh sistem / E. E. Aleksandrov, T. E. Aleksandrova. – Kharkov: NTU «KhPI», 2014. – 200 P.
5. Kuntsevich V. M. Upravlenie v usloviyakh neopredelennosti: garantirovannye rezultaty v zadachah upravleniya i identifikatsii / V. M. Kuntsevich. – K: Naukova dumka, 2006. – 264 P.
6. Aleksandrov E. E. Vyibor optimiziruемого funktsionala v zadachah parametricheskogo sinteza sistem stabilizatsii / E. E. Aleksandrov, T. E. Aleksandrova // Artilleriyskoe i strelkovoe vooruzhenie. – 2004. – № 2. – Pp. 23–26.
7. Alexandrov Ye. Ye. Parametric Synthesis of Digital Stabilization System of Tank Gun / Ye. Ye. Alexandrov, T. Ye. Alexandrova // Journal of Automation and Information Sciences. – 2015. – № 41(11). – Pp. 1–17.

Поступила (received) 18.07.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Александрова Тетяна Євгенівна (Александрова Татьяна Евгеньевна, Aleksandrova Tetiana Yevheniivna) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Системний аналіз та інформаційно-аналітичні технології»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9596-0669>; e-mail: aleksandrova.t.ye@gmail.com

Костяник Ірина Віталіївна (Костяник Ирина Витальевна, Kostianyk Iryna Vitaliivna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин» імені О. О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0289-2869>; e-mail: kostyanik-irina@ukr.net